



# Visszatevéses mintavétel

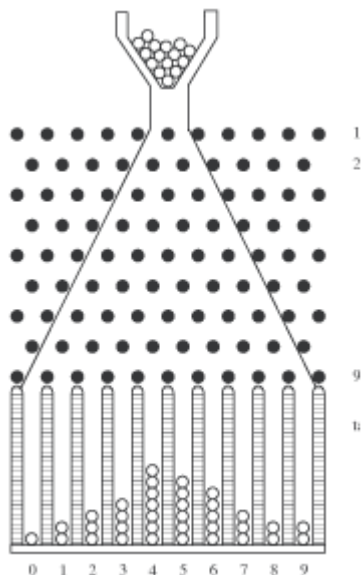
HIBÁS VAGY JÓ?

*Javasolt feldolgozási idő: 25 perc*

*Olvasd el a Galton-deszka leírását, majd oldd meg a hozzá kapcsolódó feladatot!*

A Galton-deszka eredeti alakjában olyan deszka, amire egymással párhuzamos sorokba rendezett szögek vannak elhelyezve (szögsorok), mégpedig úgy, hogy egy adott szögsor szögei mindig a megelőző sor szögei közti intervallumok középpontjai alá esnek egymástól egyenlő távolságban.

Az általában függőlegesen vagy lejtősen felállított deszkára egy, az első



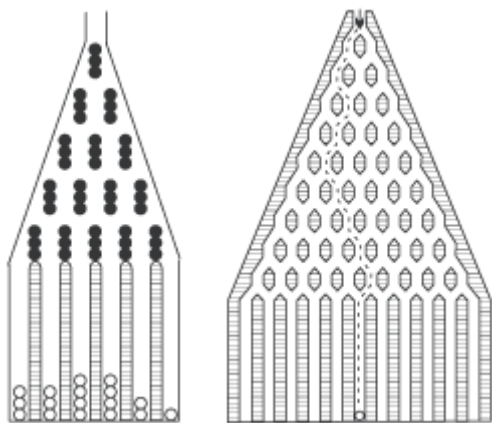
1. ábra

szögsor középső szöge felé, a szögsorokra merőlegesen irányított tölcséren keresztül apró golyókat lehet bocsátani, amelyeknek az átmérője egyforma és csak kevéssel kisebb, mint a szögek közti távolság. A leguruló golyók nekiütközve az első szögsor szögének, ott véletlenszerűen jobbra vagy balra térnek el. Akármelyik irányba is tért el egy leguruló golyó, a szögek közti „csatornákon” továbbjutva ismét beleütközik a következő szögsor valamelyik szögébe, ahol ismét véletlenszerűen jobbra vagy balra tér el s így tovább, míg végül a deszka utolsó szögsorán való ütközés után a golyó a deszka alján levő tartálysor valamelyik tartályába kerül. (1. ábra)

Ha kizárjuk azokat a fizikailag lehetséges eseteket, amikor egy golyó valamelyik szögnek ütközve, attól olyan nagy impulzussal pattan jobbra vagy balra, hogy nem az illető szög mellett közvetlenül elhelyezkedő „csatornák” egyikén folytatja útját a tartálysor felé, hanem egy távolabbi csatornán, akkor nyilvánvaló, hogy a leguruló golyók az egész deszkának csak egy szabályos háromszög alakú részében tartózkodhatnak egyáltalán. Úgyhogy, ha Galton-deszkáról beszélünk, mindig ilyen szabályos háromszög alakú szerkezetre gondolunk. A Galton-deszka szögsorai tehát rendre 1, 2, 3, 4... szöget tartalmaznak.



A továbbiakban feltesszük, hogy egy golyónak az egyes sorokon való jobbra-balra téréseit nem befolyásolja az a körülmény, hogy a megelőző soron jobbra vagy balra tért-e el.



2. ábra

3. ábra

Az ilyen szögekből álló Galton-deszka esetében ez a feltétel nem teljesül minden további nélkül, ugyanis a szögeken való ütközés olyan, hogy ha egy golyó valahol jobbra tért el, akkor a következő soron is „inkább” tér el jobbra, mint balra. Ezért ennek a kiküszöbölésére az eredeti, szöges Galton-deszkán a következő módosítást végezték: egy-egy szög helyére három, közvetlenül egymás alatt elhelyezett szög került (2. ábra); ezáltal a golyók az ütközés után

egy hosszabb csatornába kerülnek, ahol „lefékeződnek”, a következő ütközésig elvész az előző ütközés hatása, így az egyes ütközéseknél létrejövő eltérések függetlensége már feltételezhető. Még nagyobb pontossággal érhető el a feltétel teljesülése, ha a szögek (illetve a szöghármasok) helyén hatszög alakú ékek vannak (3. ábra). Ha a Galton-deszka szabályos (az ugyanabban a sorban levő ékek közti csatornák párhuzamosak a háromszög szimmetriatengelyével, minden ék a felette, illetve az alatta levő csatorna középvonalába esik), akkor a golyók minden ütközésnél egyforma, vagyis  $1/2-1/2$  valószínűséggel térnek el jobbra és balra. A 3. ábra 10 éksorból álló Galton-deszkáján egy lehetséges véletlen utat ábrázoltunk.

Forrás: <http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/matematikai-mozaik/ar08s02.html>

### 1. feladat

Az 1. ábrán jelzett helyekre ( $k=0, 1, 2, \dots, 9$ ) mekkora eséllyel érkezik a golyó? Természetesen most is a visszatevéses mintavételre gondolj!

Készíts diagramot (táblázatkezelő programmal vagy kézzel), ami szemlélteti a valószínűségeket  $k$  függvényében!



Megoldás:

Táblázat:

Esemény (k) (ennyiszertér el a golyó jobbra)	Valószínűség



Diagram: