



Geometria feladatok megoldása a koordinátageometria eszközeivel

AZ EGYMÁST TÁMOGATÓ ALGEBRA ÉS GEOMETRIA

1. feladat

Adott az ABC háromszög három csúcsa: $A(1; 6)$, $B(3; -4)$ és $C(-6; 2)$.

a) A háromszög A csúcsán átmenő magasságvonalának egyenlete:

$$3x - 2y = -9$$

Útmutatás:

A magasságvonalnak a $\overrightarrow{CB}(9; -6)$ vektor normálvektora, mert merőleges rá. Az általad megadott egyenletet esetleg egyszerűsítened kell, hogy a megadott megoldást kapd eredményül.



b) A háromszög magasságpontjának koordinátái:

$$M(-1; 3)$$

Útmutatás 1.:

Két magasságvonal metszéspontja a magasságpont. Az A csúcson átmenő magasságvonalat az előző kérdésnél (1. feladat a) pontja) határoztuk meg.

Útmutatás 2.:

A B csúcson átmenő magasságvonal egyenlete $7x + 4y = 5$, a C csúcson átmenő magasságvonalé pedig $x - 5y = -16$.

- c) Szorgalmi feladat: Megmutatjuk, hogy az ABC háromszög súlypontja, körülírt körének középpontja és a magasságpontja egy egyenesre illeszkedik.
(A súlypontot és a körülírt kör középpontját a **zárt feladatban** határoztuk meg.)

Azt kell megmutatni, hogy ha a három pont közül kettőt kiválasztva, felírjuk a két adott ponton átmenő egyenes egyenletét, akkor ezen az egyenesen a harmadik pont is rajta lesz (azaz a koordinátáit beírva az egyenes egyenletébe, **igaz** kijelentést kapunk).



Útmutatás:

A három pont: súlypont $S\left(\frac{-2}{3}; \frac{4}{3}\right)$, magasságpont $M(-1; 3)$ és körülírt kör középpontja $K\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Az $\overrightarrow{MK}\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2}\right)$ vektor irányvektora az egyenesnek, így egy normálvektora $\vec{n}(5; 1)$ lesz.

Ezzel felírva, az M és K pontokon átmenő egyenes egyenlete:

$$5x + y = -2.$$

Ebbe az egyenletbe behelyettesítjük az S pont koordinátáit:

$$5 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{4}{3} = \frac{-6}{3} = -2.$$

Tehát a három pont valóban egy egyenesre illeszkedik.