



# Összefüggések a szögfüggvények között

## MINDEN MINDENNEL ÖSSZEFÜGG

### 1. feladat

Zsebszámológép használata nélkül eldöntjük minden alábbi állításról, hogy igaz vagy hamis.

a) Állítás:  $\cos 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 27^\circ = \sin 27^\circ$

Igaz, mert az egyenlőséget átrendezve ezt kapjuk:

$$\operatorname{tg} 27^\circ = \frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ}$$

b) Állítás:  $\cos 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 27^\circ = \sin 153^\circ$

Igaz, mert  $\sin 153^\circ = \sin (180^\circ - 153^\circ) = \sin 27^\circ$ , tehát az állítás megegyezik az 1. feladat a) állításával.

c) Állítás:  $\cos 153^\circ \cdot \operatorname{tg} 27^\circ = \sin 27^\circ$

Hamis, mert az egyenlőség bal oldalán negatív, a jobb oldalán pedig pozitív szám áll. Ugyanis  $\cos 153^\circ = -\cos (180^\circ - 153^\circ) = -\cos 27^\circ$ , amely 0-nál kisebb szám.

d) Állítás:  $\cos 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 153^\circ = \sin 153^\circ$

Hamis, mert az egyenlőség bal oldalán negatív, a jobb oldalán pedig pozitív szám áll. Ugyanis  $\operatorname{tg} 153^\circ$  egy negatív szám (a többi pedig pozitív).



## 2. feladat

Igazoljuk, hogy ha  $\cos \alpha \neq 0$ , akkor  $\text{tg}(180^\circ - \alpha) = -\text{tg} \alpha$ .

$$\text{tg}(180^\circ - \alpha) = \frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{\cos(180^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\text{tg} \alpha$$



## 3. feladat

- a) Igazoljuk, hogy ha  $\cos x \neq 0$ , akkor  $\operatorname{tg}(x - \pi) = \operatorname{tg} x$ .

A tangensfüggvény grafikonját az  $x$  tengellyel párhuzamosan  $\pi$  egységgel eltolva a grafikon önmagába megy át.

Ez éppen azt jelenti, amit bizonyítani kellett.

- b) Igazoljuk, hogy  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$ .

A szinuszfüggvény grafikonját az  $x$  tengellyel párhuzamosan  $\frac{\pi}{2}$  egységgel eltolva éppen a  $-\cos x$  függvény grafikonját kapjuk.

- c) A fentebbiekhez hasonló azonosságok.

Például:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$