



Mértani sorozatok a hétköznapokban

1. feladat

Bebizonyítjuk, hogy az alábbi számok egy mértani sorozat egymás után következő elemei.

$$\frac{\sqrt{2}-1}{3}; \frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{\sqrt{2}+1}{4}$$

Bizonyítás:

Azt kell megmutatni, hogy a szomszédos számok hányadosa egyenlő.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{2}-1}{3}} &= \\ &= \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}-1} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{6 \cdot (\sqrt{2}-1)} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot (\sqrt{2}-1)} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2 \cdot (\sqrt{2}-1) \cdot (\sqrt{2}+1)} = \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2 \cdot ((\sqrt{2})^2 - 1^2)} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2 \cdot (2-1)} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2} + 1}{\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{6}}} &= \\ &= \frac{\sqrt{2} + 1}{4} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot (\sqrt{2} + 1)}{4 \cdot \sqrt{3}} = \\ &= \frac{6 \cdot (\sqrt{2} + 1)}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot (\sqrt{2} + 1) \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} + 1)}{4 \cdot 3} = \\ &= \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} + 1)}{12} = \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} + 1)}{2}\end{aligned}$$

A hányadosok egyenlők, tehát a három szám mértani sorozatot alkot.