



A logaritmusfüggvények

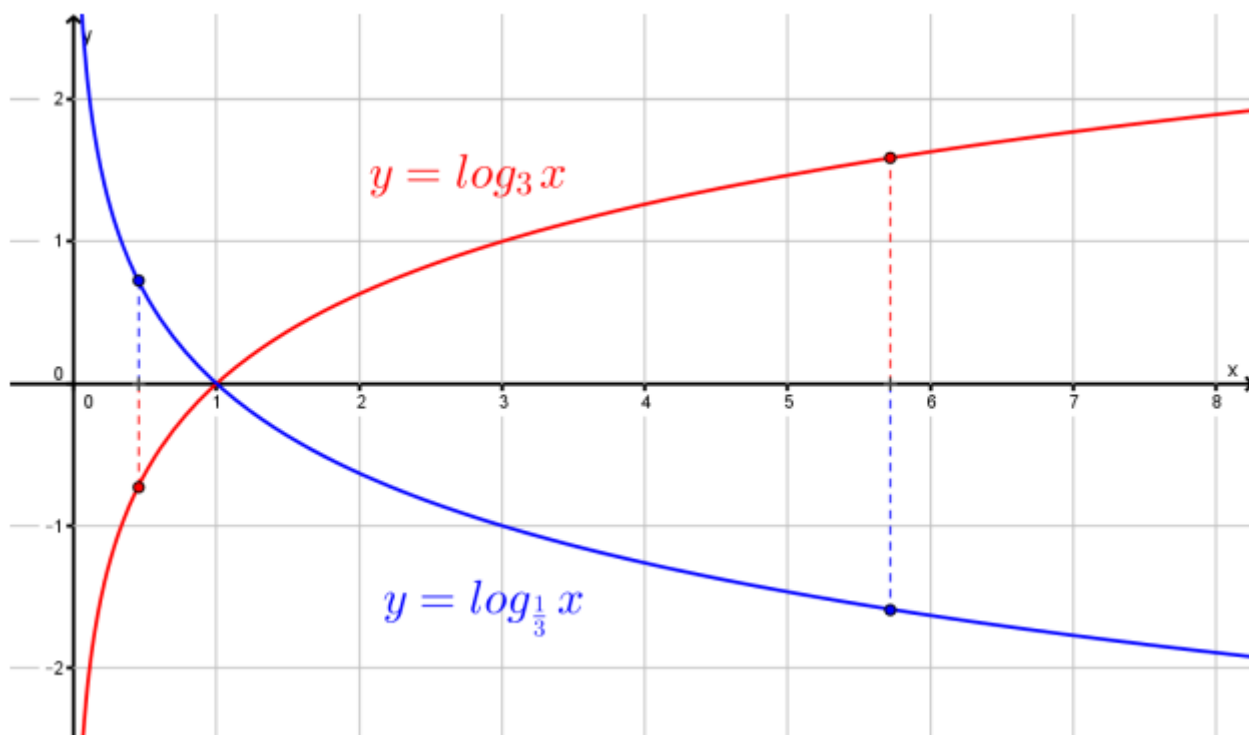
1. feladat

Igazoljuk, hogy az $x \mapsto \log_3 x$ függvény grafikonja és az $x \mapsto \log_{\frac{1}{3}} x$ függvény grafikonja egymásnak tükörképei az x tengely egyenesére nézve ($x > 0$).

Például $\log_3 9 = 2$ és $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$ vagy $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ és $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = 3$ mutatják, hogy mit is kellene általánosan bizonyítani.

A $x \mapsto \log_3 x$ azt a kitevőt jelöli, amelyre a 3-at hatványozva x -et kapunk eredményül. Mivel $\frac{1}{3} = 3^{-1}$, ezért ugyanahhoz az x -hez az előző kitevő ellentettje (-1 -szerese) tartozik.

Tehát $\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$. Ez pedig éppen az állítást jelenti.





2. feladat

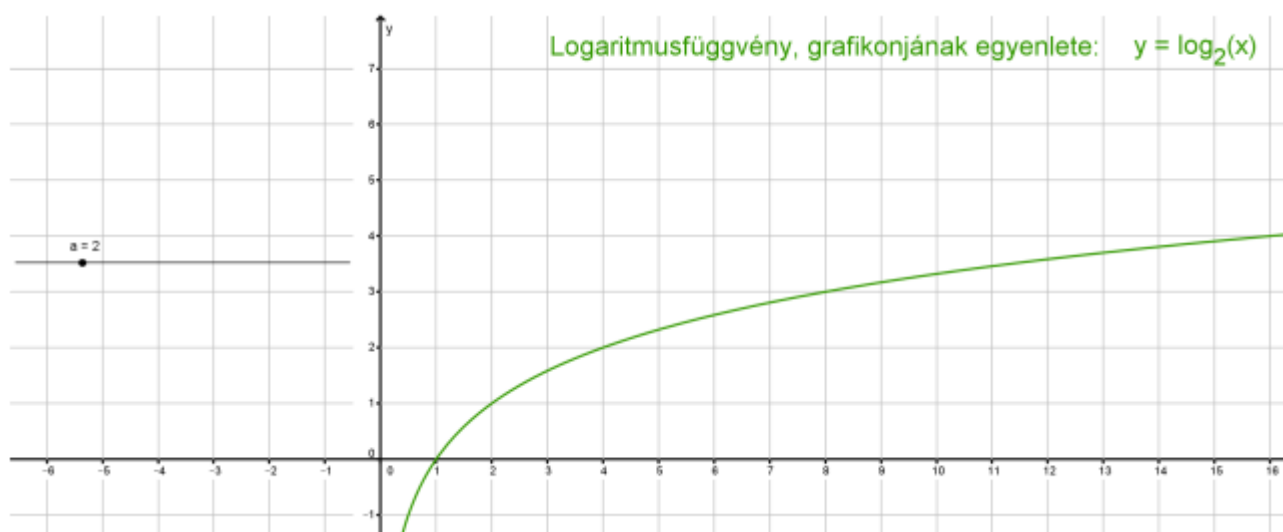
Megvizsgáljuk a mellékelt **GeoGebra** fájl segítségével (8_logfvek.ggb) a különböző alapú logaritmusfüggvények grafikonját.

A **GeoGebra** program letölthető innen:

<http://www.geogebra.org/cms/en/download/>

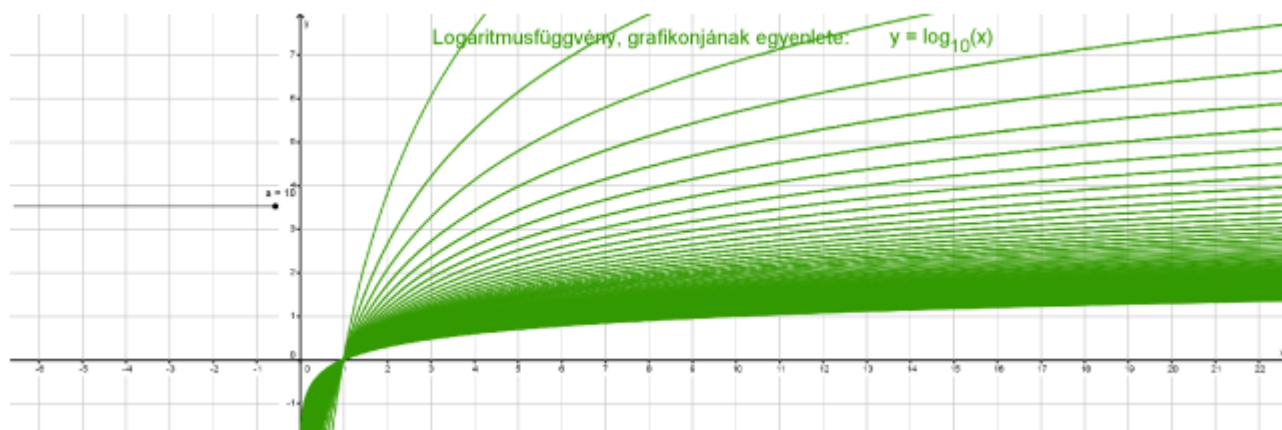
Ha nem akarod a gépedre telepíteni a **GeoGebra** programot, akkor látogass el a <http://www.geogebra.org/cms/hu/download/> oldalra, és használd az online változatot!

A 8_logfvek.ggb fájl megnyitása után az **a** jelű csúszka pontjának „tologatásával” különböző alapú $x \mapsto \log_a x$ logaritmusfüggvények grafikonját rajzolja ki a szoftver.





Ha egyszerre sok grafikont szeretnénk látni, akkor kattintsunk a jobb egérgombbal az éppen látható grafikonra, és jelöljük be a **Nyomvonal** utasítást! A csúszka mozgatásával érdekes világ tárul elénk.



Ha meg akarunk szabadulni a sok grafikontól, akkor a **Nyomvonal** parancsot is vissza kell vonnunk, majd a **Ctrl + F** billentyűkombinációval törölhetjük a sok grafikont – csak egy marad meg, amelyik az éppen aktuális **a** értékhez tartozik. Kísérletezz bátran, nem tudsz semmit sem elrontani! Ha mégis, akkor is megmarad az eredeti fájl.



3. feladat

A videóban „meglepetésként” tett állításunkat a mellékelt fájlban (8_1_atteres_masalpra.ggb) tapasztaltak megerősíthetik. Láthatjuk, hogy elég egyetlen logaritmusfüggvény is, mert az összes többi ebből szorzással származtatható.

Tologatva a csúszkát (8_1_atteres_masalpra.ggb), a program megszorozza a tízes alapú logaritmusfüggvényt a csúszkán beállított számmal, a kapott függvény grafikonját pedig megrajzolja pirossal. Ha például a szorzószám 5,68 akkor, az $x \mapsto \log_{1,5} x$ függvény grafikonját láthatjuk pirossal megrajzolva (a szorzó pontos értéke 6,67887 ... végtelen tizedes tört lenne, a kerekítések miatt csak két tizedesjegy látható). A program beállított pontossága természetesen korlátot jelent, de a lényeg így is nagyon jól látható.

