



A logaritmusfüggvények

Javasolt feldolgozási idő: 20 perc

1. feladat

Igazold, hogy az $x \mapsto \log_3 x$ függvény grafikonja és az $x \mapsto \log_{\frac{1}{3}} x$ függvény grafikonja egymásnak tükörképei az x tengely egyenesére nézve ($x > 0$)!

Egy bizonyítást kell elvégezned. Ehhez célszerű az állítást néhány konkrét esetben ellenőrizned. Gondold meg, hogy a koordináta-rendszerben két pont akkor tükörképe egymásnak az x tengelyre nézve, ha az első koordinátáik megegyeznek, a második koordinátáik pedig egymásnak ellentettjei.

Azt kellene belátni tehát, hogy $\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$ minden pozitív x esetében igaz.

Bizonyítás:



2. feladat

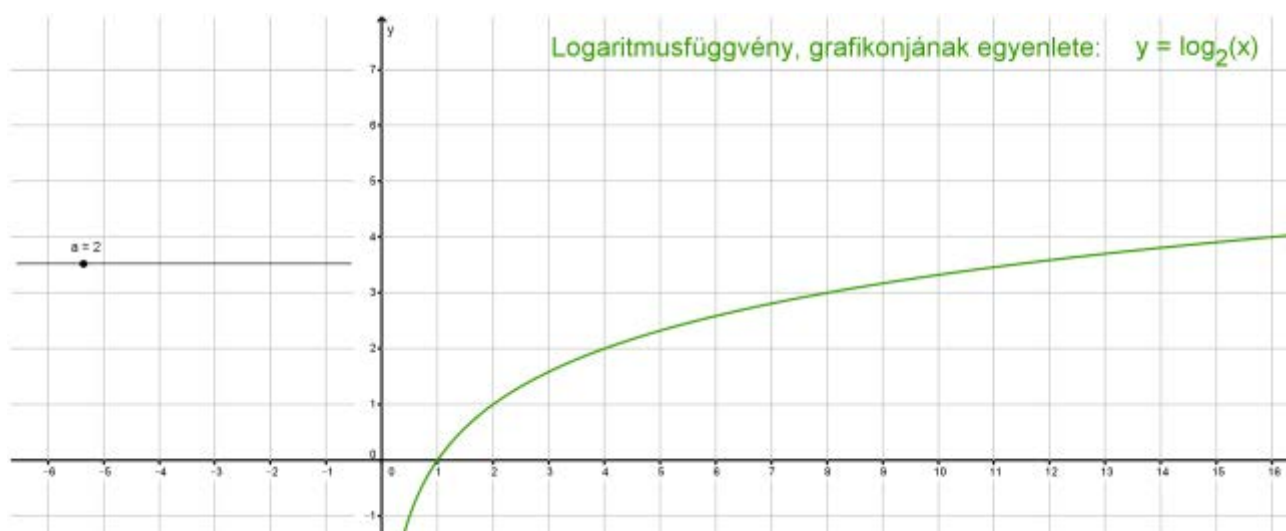
Vizsgáld a mellékelt [GeoGebra fájl](#) segítségével a különböző alapú logaritmusfüggvények grafikonját!

A *GeoGebra program* letölthető innen:

<http://www.geogebra.org/cms/en/download/>

Ha nem akard a gépedre telepíteni a *GeoGebra programot*, akkor látogass el a <http://www.geogebra.org/cms/hu/download/> oldalra, és használd az online változatot!

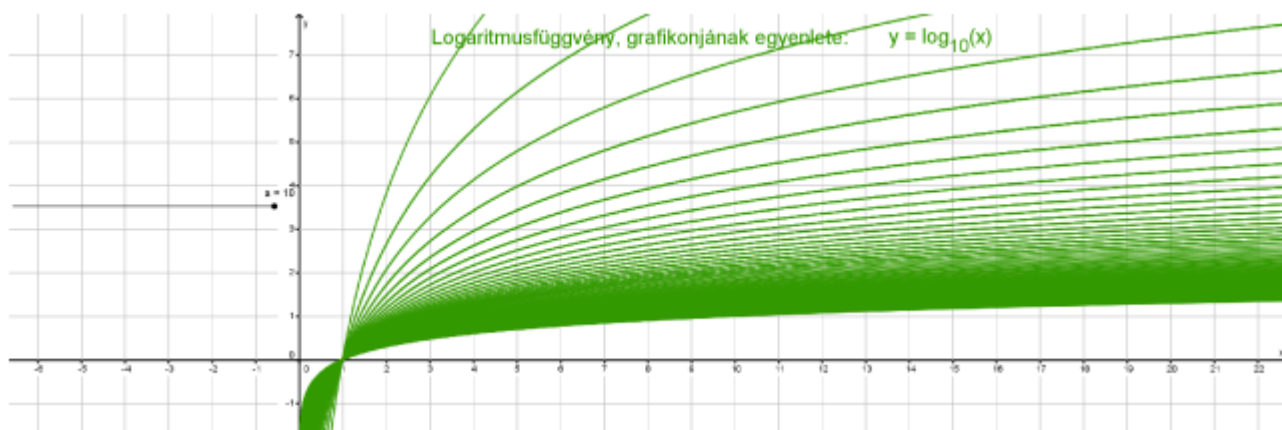
A *8_logfvek.ggb fájl* megnyitása után az **a** jelű csúszka pontjának „tologatásával” különböző alapú $x \mapsto \log_a x$ logaritmusfüggvények grafikonját rajzolja ki a szoftver.





Ha egyszerre sok grafikont szeretnél látni, akkor kattints a jobb egérgombbal az éppen látható grafikonra, és jelöld be a **Nyomvonal** utasítást!

A csúszka mozgásával érdekes világ tárul eléd.



Ha meg akarsz szabadulni a sok grafikontól, akkor a **Nyomvonal** parancsot is vissza kell vonnod, majd a **Ctrl + F** billentyűkombinációval törölheted a sok grafikont – csak egy marad meg, amelyik az éppen aktuális **a** értékhez tartozik.

Kísérletezz bátran, nem tudsz semmit sem elrontani! Ha mégis, akkor is megmarad az eredeti fájl.



3. feladat

A videóban „meglepetésként” tett állításunkat a [mellékelt fájlban](#) tapasztaltak megerősíthetik. Láthatod, hogy elég egyetlen logaritmusfüggvény is, mert az összes többi ebből szorzással származtatható.

Tologasd a csúszkát (8_1_atteres_masalpra.ggb)! A program megszorozza a tízes alapú logaritmusfüggvényt a csúszkán beállított számmal, a kapott függvény grafikonját pedig megrajzolja pirossal. Ha például a szorzószám 5,68 akkor, az $x \mapsto \log_{1,5} x$ függvény grafikonját láthatod pirossal megrajzolva (a szorzó pontos értéke 6,67887... végtelen tizedes tört lenne, a kerekítések miatt csak két tizedesjegy látható). A program beállított pontossága természetesen korlátot jelent, de a lényegét így is nagyon jól láthatod.

