



Exponenciális folyamatok a valóságban

A GYORSULÓ NÖVEKEDÉS

1. feladat

A 272 000 forintért vásárolt, az értékéből évente 25%-ot veszítő számítógép értéke x év múlva:

Ha egy év alatt 25%-ot veszít az értékéből, akkor 1 év után az eredeti érték 75%-át, azaz $0,75$ -szorosát éri a gép.

$$272 \cdot 0,75 = 204 \text{ ezer Ft}$$

A következő évben ugyanez történik, megmarad az előző évi érték $0,75$ -szorosa, vagyis $204 \cdot 0,75 = 272 \cdot 0,75 \cdot 0,75 = 272 \cdot 0,75^2$ ezer Ft, azaz 153 ezer forintot ér a gép.

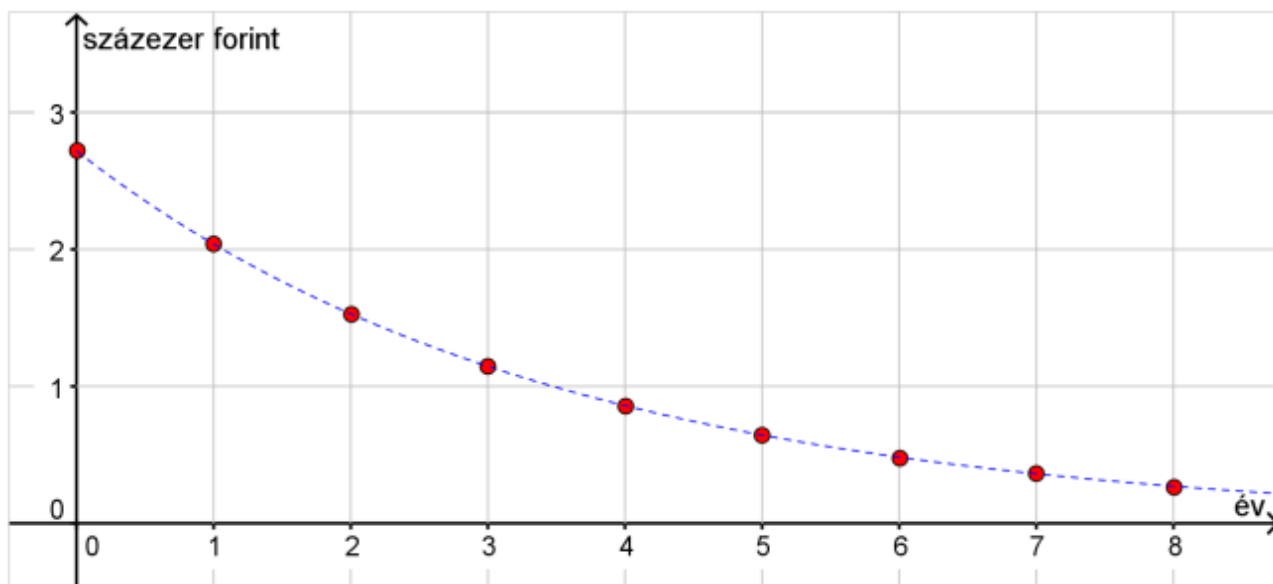
Ez alapján az exponenciális folyamatra jellemző hozzárendelési szabály:

A gondolatmenetet folytatva, x év múlva a gép értéke $272 \cdot 0,75^x$ ezer Ft, vagyis az $x \mapsto 272 \cdot 0,75^x$ (ezer Ft) exponenciális függvény segítségével írható le az értékcsökkenési folyamat.



Ábrázoljuk a számítógép értékét az idő függvényében.

A grafikon:





2. feladat

Lajos bácsi az új fűnyíróját 25 000 forintért vette.

A gép értékének felezési ideje 3 év.

Ez alapján:

a) **6 év alatt kétszer feleződött meg a fűnyíró értéke, tehát az eredeti árának a negyedét éri, kb. 6250 forintot.**

b) Meghatározzuk, hogy hány százalékkal csökken évente a fűnyíró értéke.

A feladat próbálgatással is megoldható, de van más út is.

Ha a fűnyíró értéke exponenciálisan csökken, akkor minden évben az előző évi értékének ugyanannyiszorososa marad meg.

Legyen ez a szorzó q .

Három év (vagyis a felezési idő) alatt q^3 -szorosára változott a fűnyíró értéke, és ez éppen az eredeti érték fele. Tehát $q^3 = 0,5$.

Ennek az egyenletnek ismerjük a megoldását:

$$q = 0,5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{0,5} \approx 0,794$$

Ezek szerint a gép értékének 79,4%-a marad meg minden évben, tehát évente elveszti az előző évi értékének 20,6%-át.



3. feladat

A *GeoGebra* program letölthető az alábbi hivatkozásról:

<http://www.geogebra.org/cms/en/download/>

Használhatjuk az online változatot is: <http://www.geogebra.org/cms/hu/download/>.

A mellékelt *GeoGebra* fájl megnyitásával $x \mapsto c \cdot a^{b \cdot x}$ hozzárendelési szabályú exponenciális folyamatok grafikonját nézegethetjük. Az a , b , c értékeket a csúszkák segítségével szabadon állíthatjuk, így a legkülönbözőbb eseteket vizsgálhatjuk. Ha $a < 1$, akkor exponenciálisan csökkenő folyamatról van szó. Ezekben az esetekben láthatóvá válik a felezési idő is.

Megfigyelhetjük, hogy az a , b , és c értékei közül melyiktől és hogyan függ a felezési idő és melyiktől nem függ.