

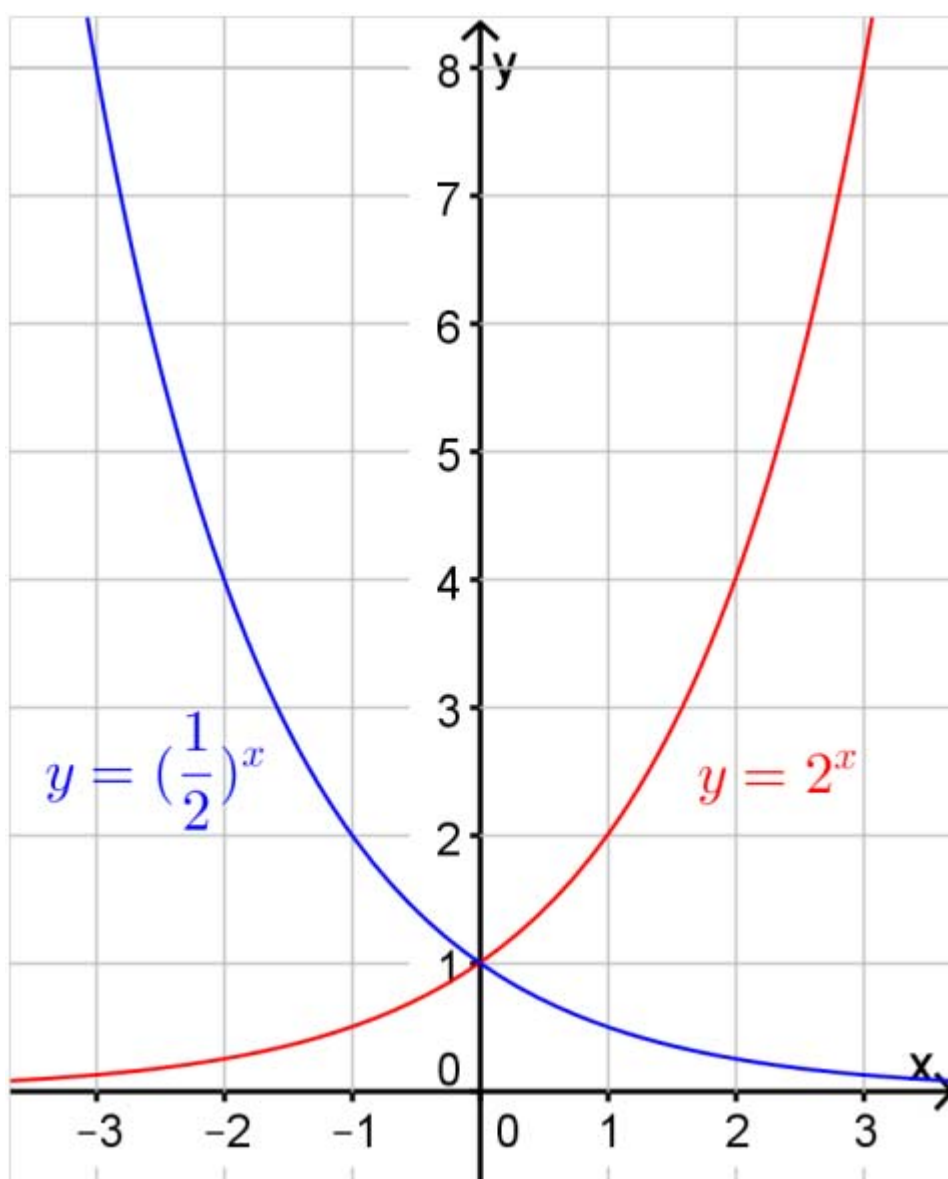


Exponenciális függvények

HA MINDIG UGYANAKKORÁT LÉPSZ, ÉN MINDIG UGYANANNYIVAL SZORZOK!

1. feladat

- a) Az $x \mapsto 2^x$ és az $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ exponenciális függvény grafikonja közötti kapcsolat:



Megrajzoljuk a két grafikont közös koordináta-rendszerben, így láthatjuk, hogy a két grafikon tükrös az y tengely egyenesére nézve.



b) Elemezzük a tapasztaltakat.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = 2^{-x}$$

A 3 helyen az $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ függvény tehát ugyanazt az értéket veszi fel, mint az $x \mapsto 2^x$ függvény a -3 helyen, a -2 helyen ugyanazt, mint az $x \mapsto 2^x$ a 2 helyen, és így tovább. Tehát az $x \mapsto 2^x$ függvény grafikonjának pontjait az y tengely egyenesére tükrözve éppen az $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ függvény grafikonjához jutunk és viszont. Ez bizonyítja, amit az 1. feladat a) pontjának megoldásában állítottunk.

c) A számok reciprokának fogalmát felhasználva ilyen párokat keresünk.

$\frac{1}{a} = a^{-1}$ (ha $a \neq 0$), ezért ha két exponenciális függvény alapja egymás reciproka, akkor a grafikonjaik tükrösek az y tengely egyenesére.

Ilyenek például az

$$x \mapsto \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \text{és az} \quad x \mapsto 3^x$$

vagy az

$$x \mapsto 0,1^x \quad \text{és az} \quad x \mapsto 10^x.$$



2. feladat

Megvizsgáljuk az $x \mapsto 1,1x$ és az $x \mapsto 1,1^x$ függvény változásait.

A függvények értéke az előre megadott helyeken és értékpáronként a függvények változása:

	0,5	1,5	5	6	51	52	200	201	300	301					1000	1001
$x \mapsto 1,1x$	0,55	1,65	5,5	6,6	56,1	57,2	220	221,1	330	331,1					1100	1101,1
változás	1,1		1,1		1,1		1,1			1,1				1,1		
$x \mapsto 1,1^x$	1,05	1,15	1,61	1,77	129,1	142,0	$1,9 \cdot 10^8$	$2,09 \cdot 10^8$	$2,62 \cdot 10^{12}$	$2,88 \cdot 10^{12}$					$2,47 \cdot 10^{41}$	$2,72 \cdot 10^{41}$
változás	0,1		0,16		12,9		$19 \cdot 10^6$			$262 \cdot 10^9$				$\approx 2,47 \cdot 10^{40}$		



3. feladat

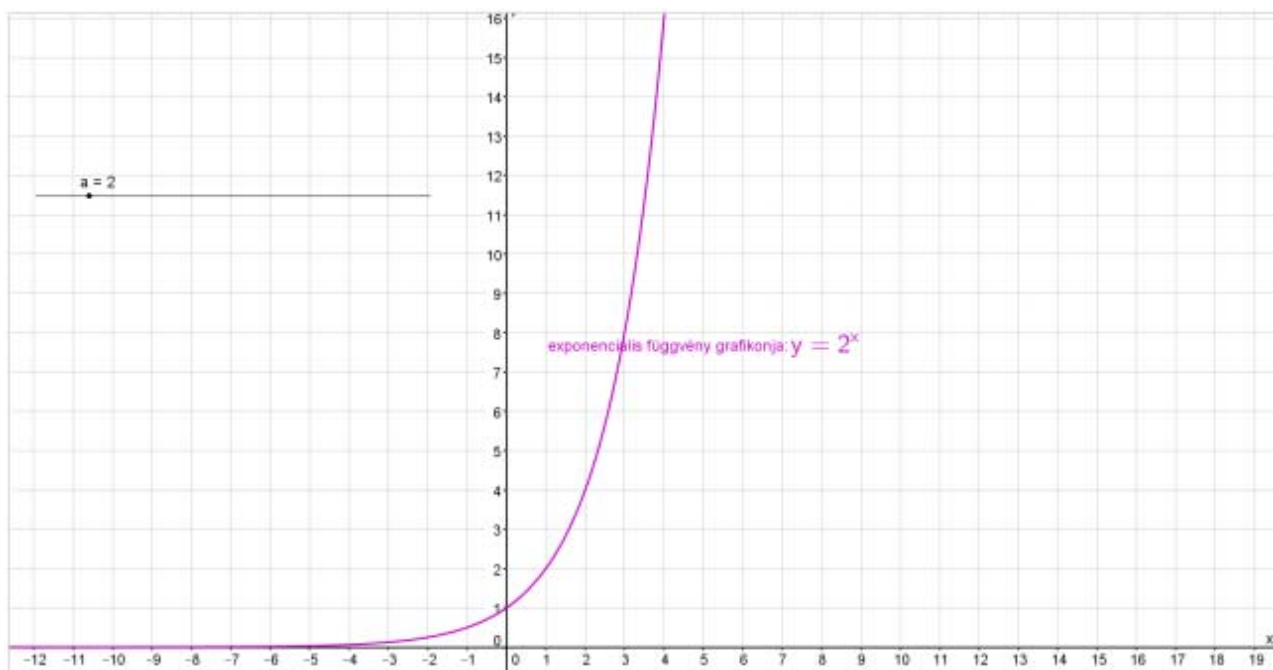
A *GeoGebra* program segítségével megvizsgálhatjuk a különböző alapú exponenciális függvényeket. Magyarázatot találhatunk arra is, hogy az $x \mapsto 1^x$ függvényt miért nem soroljuk az exponenciális függvények közé.

A *GeoGebra* program letölthető az alábbi hivatkozásról:

<http://www.geogebra.org/cms/en/download/>

Használhatjuk az online változatot is: <http://www.geogebra.org/cms/hu/download/>.

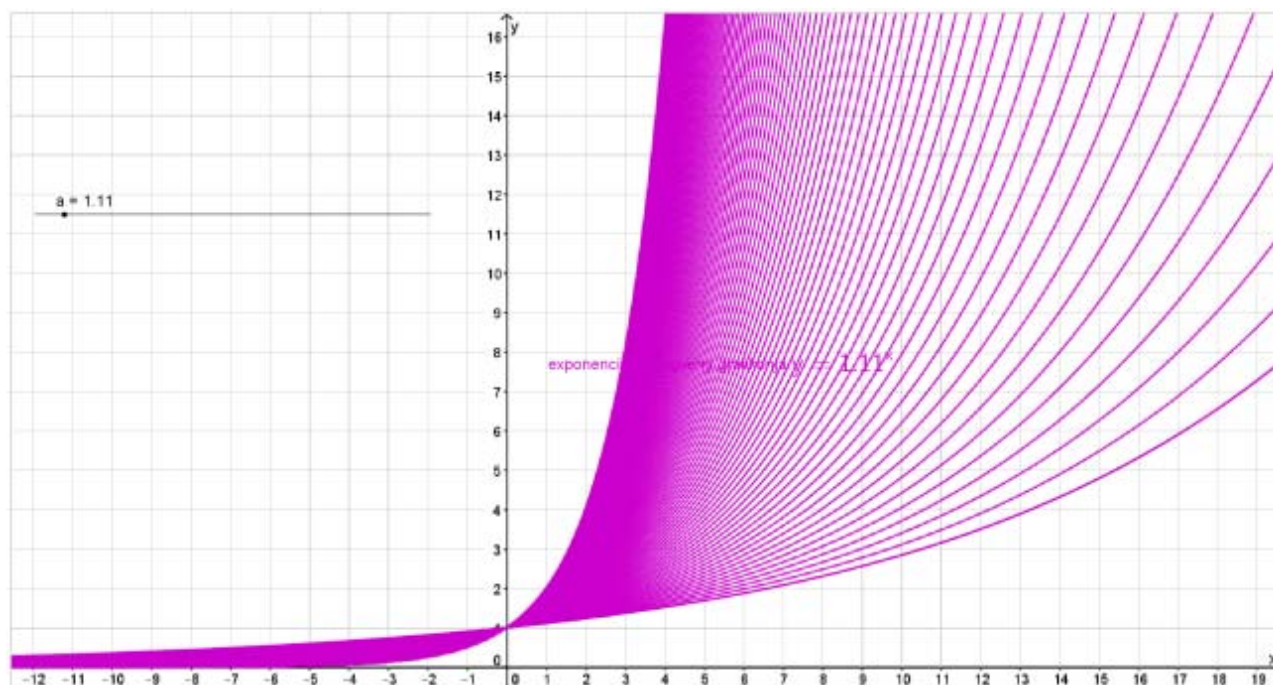
A csatolt fájl megnyitása után az a jelű csúszka pontjának „tologatásával” különböző alapú $x \mapsto a^x$ exponenciális függvények grafikonját rajzolja ki a szoftver.





Ha egyszerre sok grafikont szeretnél látni, akkor kattints a jobb egérgombbal az éppen látható grafikonra, és jelöld be a **Nyomvonal** utasítást!

A csúszka mozgatásával érdekes világ tárul eléd!



Ha meg akarsz szabadulni a sok grafikontól, akkor a **Nyomvonal** parancsot is vissza kell vonnod, majd a **Ctrl + F** billentyűkombinációval törölheted a grafikonokat – csak egy marad meg, amelyik az éppen aktuális a értékhez tartozik.

Kísérletezz bátran, nem tudsz semmit sem elrontani! Ha mégis, akkor is megmarad az eredeti fájl.