



Az n-edik gyök fogalma

1. feladat

A hatványozás és a gyökvonás azonosságait felhasználva bebizonyítjuk, hogy a következő kifejezések:

$$\sqrt[3]{60^{1005}} \text{ és } \sqrt[5]{1024^{335} \cdot 15^{1675}} \text{ egyenlők.}$$

A megoldás során a hatványok alapjait prímtényezőkre bontjuk. (Lásd a levezetések 2. sorát!)

Bizonyítás:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{60^{1005}} &= 60^{\frac{1005}{3}} = 60^{335} = \\ &= (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^{335} = \\ &= 2^{2 \cdot 335} \cdot 3^{335} \cdot 5^{335} = 2^{670} \cdot 3^{335} \cdot 5^{335}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{1024^{335} \cdot 15^{1675}} &= 1024^{\frac{335}{5}} \cdot 15^{\frac{1675}{5}} = 1024^{67} \cdot 15^{335} = \\ &= (2^{10})^{67} \cdot (3 \cdot 5)^{335} = \\ &= 2^{10 \cdot 67} \cdot 3^{335} \cdot 5^{335} = 2^{670} \cdot 3^{335} \cdot 5^{335}\end{aligned}$$

A két kifejezés egyenlő.