



A számtani és mértani közép

MOST KÖZÉPEN VAGYOK?

1. feladat

Jelöljük a két számot x -szel és y -nal! Ekkor a feladat alapján az alábbi egyenletrendszert kapjuk:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I.} \quad \frac{x+y}{2} = 65 \\ \text{II.} \quad \sqrt{x \cdot y} = 25 \end{array} \right\}$$

Fejezzük ki y -t az első (I.) egyenletből, helyettesítsük be a másodikba (II.), majd oldjuk meg az egyenletet!

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad \frac{x+y}{2} = 65 \\ \quad \quad x + y = 130 \\ \quad \quad y = 130 - x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II.} \quad \sqrt{x \cdot (130 - x)} = 25 \\ \quad \quad x \cdot (130 - x) = 625 \\ \quad \quad -x^2 + 130x = 625 \end{array}$$

$$-x^2 + 130x - 625 = 0$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-625)}}{2 \cdot (-1)} = \\ &= \frac{-130 \pm \sqrt{16900 - 2500}}{-2} = \\ &= \frac{-130 \pm \sqrt{14400}}{-2} = \\ &= \frac{-130 \pm 120}{-2} = 65 \mp 60 \end{aligned}$$



$$x_1 = 5;$$

$$x_2 = 125$$

Az $y = 130 - x$ egyenletbe behelyettesítjük a kapott x értékeket:

$$y_1 = 130 - x_1 = 130 - 5 = 125; \quad y_2 = 130 - x_2 = 130 - 125 = 5$$

A keresett két szám tehát az 5 és a 125.

Ellenőrzés:

A két szám számtani közepe:

$$\frac{5 + 125}{2} = \frac{130}{2} = 65$$

A két szám mértani közepe:

$$\sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{625} = 25$$

A megoldás helyes.



2. feladat

A téglalap területe $T = 2 \cdot 18 = 36 \text{ cm}^2$.

A vele azonos területű négyzet területe $T = a \cdot a = 36 \text{ cm}^2$.

Így az $a^2 = 36$ egyenletet kell megoldani!

$$a^2 = 36$$
$$a = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

$$a_1 = 6; a_2 = -6$$

A négyzet oldalának hossza nem lehet negatív szám, ezért csak a 6 cm a megoldás.

Észrevehetjük, hogy $6 = \sqrt{2 \cdot 18}$.

Azaz az adott téglalappal azonos területű négyzet oldala pont a mértani közepe a téglalap különböző oldalainak.

3. feladat

Az átlag számítása:

$$\frac{5 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}{10} = \frac{25 + 12 + 4}{10} = \frac{41}{10} = 4,1$$

Az átlag matematikából 4,1.



4. feladat

Gyűjtsük ki az adatokat táblázatba! A számolás egyszerűsítése végett jelöljük az út felét s -sel!

	Az út első fele	Az út második fele
Sebesség (v)	$10 \frac{km}{h}$	$12 \frac{km}{h}$
Idő (t)	$t_1 = \frac{s}{10}$	$t_2 = \frac{s}{12}$
Út (s)	s	s

A biciklis átlagsebessége kb. 10,91 km/h.



5. feladat

A téglalap kerülete $K = 2 \cdot (a + b) = 200$, tehát $a + b = 100$.

A téglalap területe $T = a \cdot b$.

A szorzat megbecsüléséhez használjuk fel a számtani és mértani közepek közötti összefüggést!

$$\sqrt{a \cdot b} \leq \frac{a + b}{2}$$
$$\sqrt{a \cdot b} \leq \frac{100}{2} = 50$$

$$a \cdot b \leq 2500$$

Tehát legfeljebb 2500 m² területű téglalap alakú földet lehet bekeríteni egy 200 méteres kerítéssel.