



Szöveges feladatok a négyzeten

1. feladat

A sokszög oldalszámát jelöljük n -nel. Ekkor n csúcsa van. Egy csúcsból $n - 3$ átló indul, hiszen önmagába és a két szomszédos csúcsba nem húzhatunk átlót. Az összes csúcsból $n \cdot (n - 3)$ átló indul, de ez az átlók tényleges számának kétszerese, mert mindegyik átlót kétszer számoltuk.

Az összes átlók száma:

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2}.$$

Ennek kell egyenlőnek lennie a feladatban megadott 20-szal, tehát:

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 20.$$

Oldjuk meg az egyenletet!

$$\begin{aligned}n^2 - 3n &= 40 \\n^2 - 3n - 40 &= 0\end{aligned}$$

$$n_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2}$$

$$n_1 = 8; \quad n_2 = -5$$

A -5 a feladat szövege miatt nem megoldás, csak a 8 lehetséges. A sokszög egy nyolcszög.

Ellenőrzés:

A nyolcszög egy csúcsából 5 átló indul, így a 8 csúcsból 40. Ezzel a módszerrel mindegyik átlót kétszer számoltuk, ezért a 40-et még osztanunk kell 2-vel. Így megkapjuk, hogy összesen **20 átlója van a nyolcszögnek**. A megoldás tehát helyes.



2. feladat

A hajó sebessége állóvízben legyen x (km/h). A folyó felfelé 10 km/h-val csökkenti, lefelé 10 km/h-val növeli a hajó eredeti sebességét. Az adatok a következőképpen rendezhetők táblázatba:

| | sebesség (km/h) | idő (h) | út (km) |
|---------|--------------------|---------------------|------------|
| felfelé | $x - 10$ | $\frac{50}{x - 10}$ | 50 |
| lefelé | $x + 10$ | $\frac{50}{x + 10}$ | 50 |

Mivel lefelé 1 órával rövidebb ideig tart az út, mint felfelé, az alábbi egyenletet írhatjuk fel:

$$\frac{50}{x + 10} = \frac{50}{x - 10} - 1 \quad (x \neq 10; x \neq -10)$$

A közös nevezővel való beszorzás után az egyenlet a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned} 50 \cdot (x - 10) &= 50 \cdot (x + 10) - (x - 10) \cdot (x + 10) \\ 50x - 500 &= 50x + 500 - (x^2 - 10^2) \\ 50x - 500 &= 50x + 500 - x^2 + 100 \\ -500 &= 600 - x^2 \\ x^2 &= 1100 \\ x_{1,2} &= \pm\sqrt{1100} \\ x_1 &\approx 33,17; \quad x_2 \approx -33,17 \end{aligned}$$

A hajó sebessége állóvízben kb. 33 km/h, mivel a negatív megoldásnak ebben a szöveggörnyezetben nincs értelme.

Ellenőrzés:



A hajó felfelé kb. 23 km/h-val, lefelé kb. 43 km/h-val halad. Felfelé $\frac{50}{23} \approx 2,17$ óráig, lefelé $\frac{50}{43} \approx 1,16$ óráig tart az út. A két idő különbsége kb. 1 óra, tehát helyes a megoldás.

3. feladat

Jelöljük a két számot x -szel és y -nal, így a két állítás alapján felírható egyenletek a következők:

$$\begin{aligned} x \cdot y &= 182 \\ x + y &= 27 \end{aligned}$$

Oldjuk meg az egyenletrendszert!

$$\left. \begin{aligned} I. \quad & x \cdot y = 182 \\ II. \quad & x + y = 27 \end{aligned} \right\}$$

Fejezzük ki a x -et a második (II.) egyenletből!

$$II. \quad x = 27 - y$$

Ezt helyettesítsük be az első (I.) egyenletbe és rendezzük!

$$\begin{aligned} I. \quad (27 - y) \cdot y &= 182 \\ 27y - y^2 &= 182 \end{aligned}$$

$$-y^2 + 27y - 182 = 0$$

Oldjuk meg az így kapott másodfokú egyenletet!

$$y_{1,2} = \frac{-27 \pm \sqrt{27^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-182)}}{2 \cdot (-1)} =$$



$$\begin{aligned} &= \frac{-27 \pm \sqrt{729 - 728}}{-2} = \\ &= \frac{-27 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-27 \pm 1}{-2} \end{aligned}$$

$$y_1 = 13; y_2 = 14$$

A kapott értékeket behelyettesítve az $x = 27 - y$ egyenletbe megkapjuk x értékét is.

$$y_1 = 13 \text{ esetén } x_1 = 27 - 13 = 14$$

$$y_2 = 14 \text{ esetén } x_2 = 27 - 14 = 13$$

Tehát a két keresett szám a 13 és a 14.

Ellenőrzés:

A két szám szorzata:

$$13 \cdot 14 = 182$$

A két szám összege:

$$13 + 14 = 27$$

A megoldás helyes.