



A másodfokú egyenlet megoldóképlete

1. feladat

a)

$$x^2 - 16x = 0$$

1. módszer: szorzattá alakítás

$$x \cdot (x - 16) = 0$$

Megoldás:

$$x_1 = 16; \quad x_2 = 0$$

2. módszer: megoldóképlet

$$a = 1; \quad b = -16; \quad c = 0$$

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{16 \pm 16}{2}$$

Megoldás:

$$x_1 = 16; \quad x_2 = 0$$

3. módszer: teljes négyzetté alakítás

$$(x - 8)^2 - 64 = 0$$

$$(x - 8)^2 = 64$$

$$x - 8 = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

$$x - 8 = 8; \quad x - 8 = -8$$

Megoldás:

$$x_1 = 16; \quad x_2 = 0$$

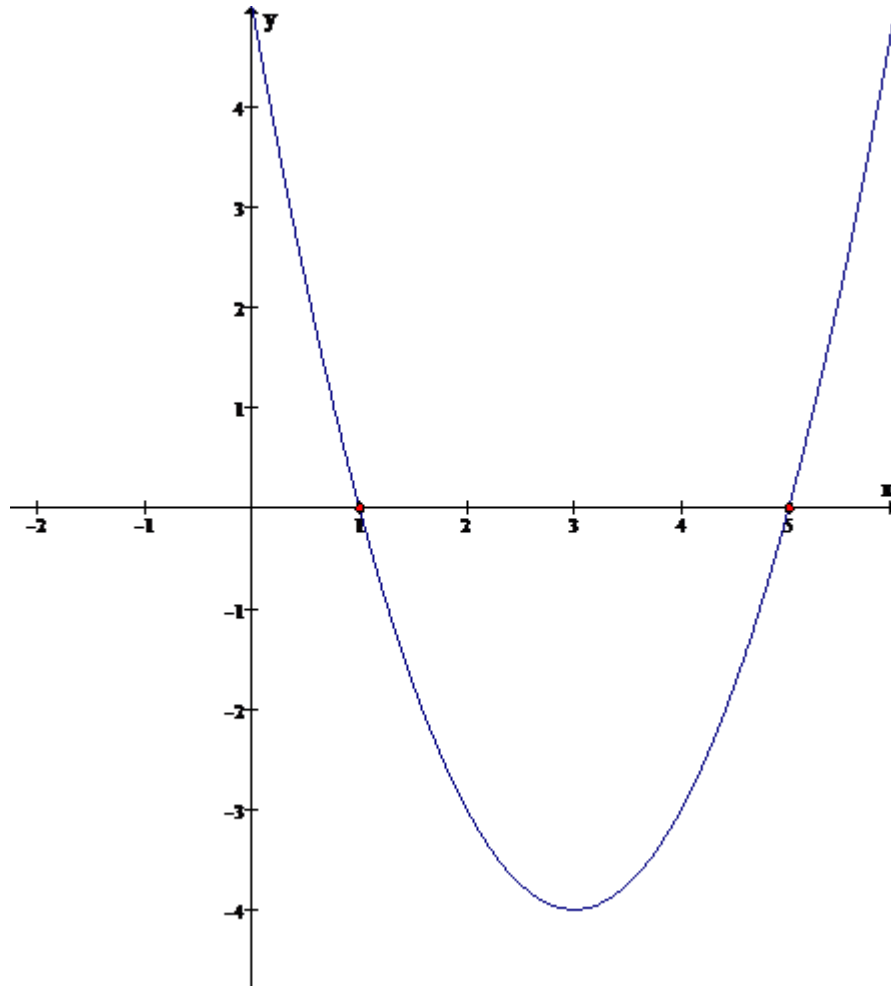
Mindhárom módszer azonos eredményt adott.



b)

$$(x - 3)^2 - 4 = 0$$

1. módszer: ábrázolás



Megoldás (az ábra alapján):

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$$



2. módszer: teljes négyzetté alakítás

$$(x - 3)^2 - 4 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 4$$

$$x - 3 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$x - 3 = 2; \quad x - 3 = -2$$

Megoldás:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$$

3. módszer: megoldóképlet

$$(x - 3)^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 4 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$a = 1; b = -6; c = 5$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

Megoldás:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$$

Mindhárom módszer azonos eredményt adott.



c)

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

1. módszer: megoldóképlet

$$a = -1; b = 5; c = -6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

Megoldás:

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 3$$

2. módszer: teljes négyzetté alakítás

$$-(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$-((x - 2,5)^2 - 6,25 + 6) = 0$$

$$-((x - 2,5)^2 - 0,25) = 0$$

$$(x - 2,5)^2 = 0,25$$

$$x - 2,5 = \pm\sqrt{0,25} = \pm 0,5$$
$$x - 2,5 = 0,5; \quad x - 2,5 = -0,5$$

Megoldás:

$$x_2 = 3; \quad x_1 = 2$$



3. módszer: szorzattá alakítás

$$\begin{aligned}-(x^2 - 5x + 6) &= 0 \\ -((x - 2,5)^2 - 6,25 + 6) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-((x - 2,5)^2 - 0,25) &= 0 \\ -(x - 2,5)^2 + 0,25 &= 0 \\ 0,25 - (x - 2,5)^2 &= 0 \\ 0,5^2 - (x - 2,5)^2 &= 0\end{aligned}$$

Az $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ összefüggés alapján:

$$(0,5 - (x - 2,5)) \cdot (0,5 + (x - 2,5)) = 0$$

$$\begin{array}{ll}0,5 - (x - 2,5) = 0; & 0,5 + (x - 2,5) = 0 \\ 0,5 - x + 2,5 = 0; & 0,5 + x - 2,5 = 0 \\ -x + 3 = 0; & x - 2 = 0\end{array}$$

Megoldás:

$$x_2 = 3; \quad x_1 = 2$$

Mindhárom módszer azonos eredményt adott.

A módszerek közül a megoldóképlet mindig alkalmazható, de a hiányos másodfokú egyenleteket sokszor egyszerűbb megoldani a szorzattá alakítás vagy a kiemelés módszerével.