



Nevezetes azonosságok (négyzetre és köbre emelés)

EGYSZERŰBBEN, GYORSABBAN!

1. feladat

a)

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= (a + b + c) \cdot (a + b + c) = \\ &= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab + ac + bc)\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}(a + b)^4 &= (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = \\ &= (a + b)^2 \cdot (a + b)^2 = \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + 2a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = \\ &= a^3 - b^3\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = \\ &= a^3 + b^3\end{aligned}$$



2. feladat

a)

A két szám: $(2x + 1)$ és $(2x + 3)$

A két egymás utáni pozitív páratlan egész szám négyzetének különbsége 320:

$$(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 = 320$$

$$4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 4x + 1) = 320$$

$$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1 = 320$$

$$8x + 8 = 320$$

$$8x = 312$$

$$x = 39$$

A két páratlan szám tehát:

$$(2x + 1) = 2 \cdot 39 + 1 = 79$$

és

$$(2x + 3) = 2 \cdot 39 + 3 = 81$$

Ellenőrzés:

$$81^2 - 79^2 = 320$$



b)

$$\frac{3500000^2 - 3500002^2}{365^2 - 364^2}$$

Felhasználjuk az $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ azonosságot:

$$\begin{aligned} & \frac{(3500000 - 3500002) \cdot (3500000 + 3500002)}{(365 - 364) \cdot (365 + 364)} = \\ & = \frac{-2 \cdot 7000002}{729} = \\ & = \frac{-4666668}{243} = \\ & = \frac{-1555556}{81} \end{aligned}$$



3. feladat

A nevezetes azonosságoknál egy érdekes megfigyelést tehetsz. Ha két tag összegének veszed a hatványait, az együtthatók egy szabályszerűséget követnek. Írd fel az $(a + b)$ kéttagú összeg első öt hatványát, és próbálj összefüggést keresni az együtthatókban!

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

Ez az ún. **Pascal-háromszög**, későbbi tanulmányaidban még fogsz találkozni vele.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & & 1 & & 2 & & 1 & \\ & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

Mindig add össze az eggyel feljebb levő sorban található együtthatókat, a kitevőknél pedig vedd észre, hogy az a és b kitevőinek összege mindig az adott hatvánnyal egyenlő (tehát például négyzetre emelésnél mindig 2, köbre emelésnél mindig 3 a kitevők összege).

